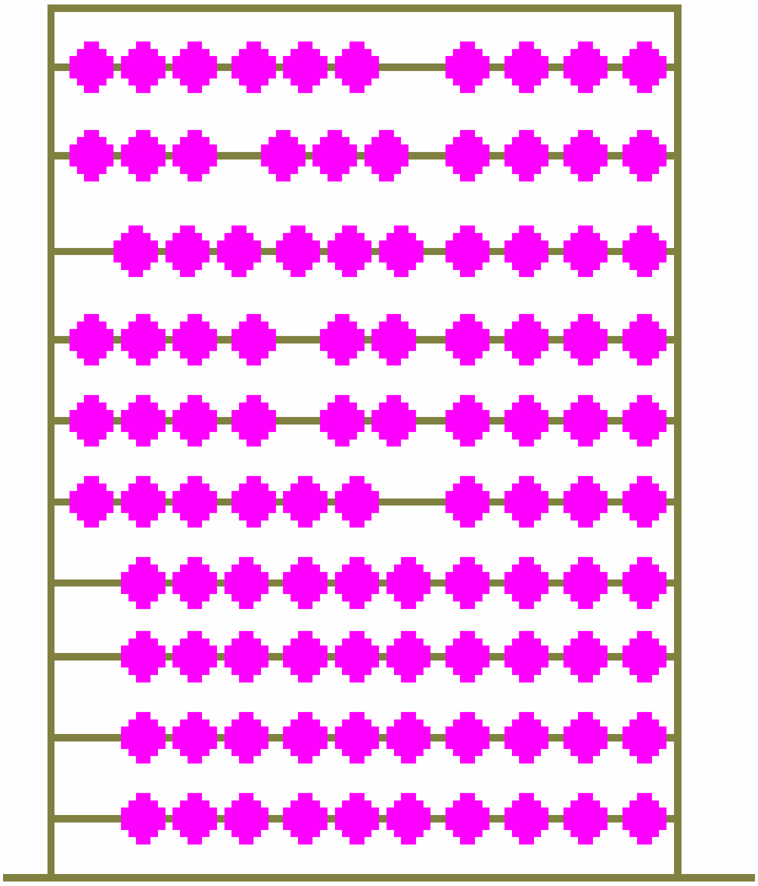
Matematik



Gunnar Björing

Boksidan

Matematik

Gunnar Björing

Box 558
146 33 Tullinge

Matematik, ISBN-nummer: 978-91-86199-62-3

För att räkna behövs siffror. De behöver dock inte se ut som de siffror vi använder och skriver: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Tidigare och ibland än idag användes system med bara ett tecken: I. Sådana system började användas långt innan det fanns papper och pennor. Människorna räknade då genom att karva streck på föremål som träbitar. Det fungerade säkert bra när det enda som behövde räknas var enkla saker såsom att alla får var kvar i hagen. Och det används än idag av många vid till exempel noteringen av poäng i kortspel, jämför exempelvis nedanstående tre sätt att bokföra poängen för fyra omgångar av Chicago:

Metod 1. Vanlig räkning med siffror:

Jonas	Anton	Kalle	Johanna	Sara
2+2=4	0	5	0	3
+5= 9	+2+2= 4	+3= 8	+0= 0	+0= 3
+0= 9	+2= 6	+3= 11	+0= 0	+5= 8
+5= 14	+0= 6	+0= 11	+3+3+3= 9	+0= 8

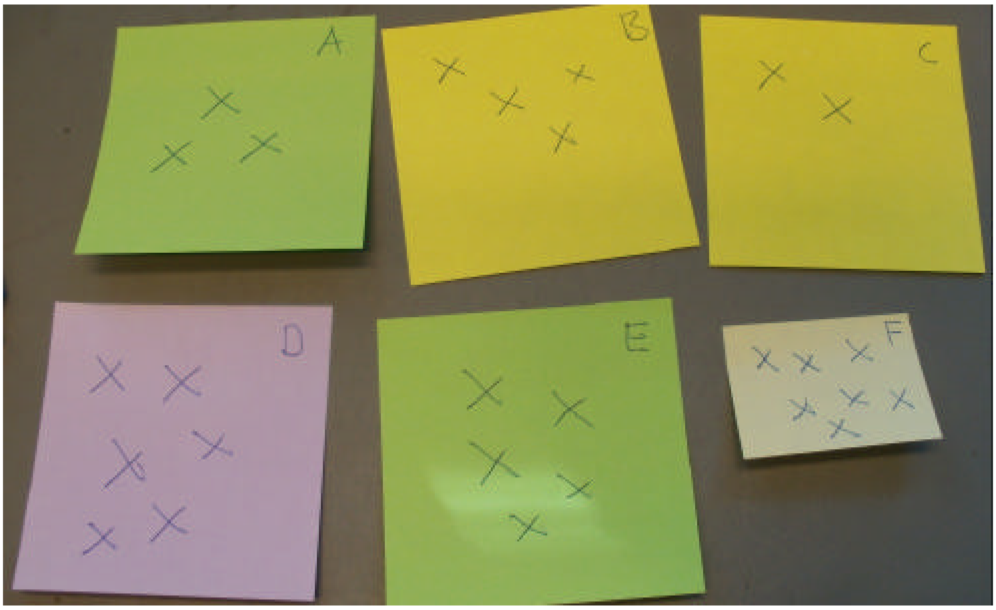
Metod 2. Räkning genom att lägga till streck efter varandra på en rad:

Jonas	Anton	Kalle	Johanna	Sara
IIIIIIIIIIIIII	IIIIII	IIIIIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIII

Metod 3. Räkning genom att lägga till streck efter varandra upp till fyra, därefter ett snett streck över de fyra och sedan en ny omgång med fem streck, därpå en ny rad:

Jonas	Anton	Kalle	Johanna	Sara
~~IIII~~ ~~IIII~~	~~IIII~~ I	~~IIII~~ ~~IIII~~	~~IIII~~ IIII	~~IIII~~ III
IIII		I		

Vilken skulle du välja om du var den som skulle hålla i poängberäkningen?
Jag skulle i alla fall välja metod 3 för den känns mest överskådlig. Betrakta, exempelvis, en i taget av post-it lapparna nedan och bedöm hur många kryss det är på var och en av dem.



Med en enda blick kan du förmodligen se hur många figurer som finns i ruta A, B och C. Men i rutorna D, E och F måste du förmodligen räkna. Om du måste räkna är du precis som de flesta andra, som bara kan se upp till fyra figurer utan att räkna.

Systemet med streck skulle emellertid bli väldigt besvärligt på till exempel prislapparna i en butik. Antagligen för att underlätta vid större tal, skapades symboler som gavs större värde än ett. I dessa tidiga system hade varje symbol alltid samma värde oavsett var i talet det stod, till skillnad ifrån vårt system där en siffra i början av ett långt tal är mer än en i slutet. Exempelvis är 9111 kr är mycket mer än 1119 kr.

Ett av dessa gamla system lever till viss del kvar än idag. Det uppfanns av romarna[1]. När det romerska systemet används idag fungerar det såhär:

Värde	Symbol
1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1000	M

Genom att kombinera dessa 7 tecken på olika sätt fås olika tal, till exempel skrivs talen:

Våra siffror	Romerska siffror	System med bara ett tecken
3	III (= 1+1+1)	III
15	XV (= 10+5)	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~
75	LXXV (= 50+10+10+5)	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~
178	CLXXVIII (= 100+50+10+10+5+1+1+1)	~~IIII~~ III

Så långt fungerade det romerska systemet ganska bra, men tänkt dig hur det skulle se ut med ett tal som var stort, som 12187, eller ännu större. Problemet löstes inte på något vettigt sätt förrän indierna[2] hittade på de siffror och det system som vi använder idag.

1. Romare kallas de som var medborgare i ett stort och för den tiden väldigt avancerat rike som täckte alla kuster runt Medelhavet och fanns runt år noll i vår tideräkning.
2. Orättvist nog kallas indiernas siffror för arabiska siffror.

När det kommer till mer avancerade beräkningar än plus eller minus blir det, så klart, nästan hopplöst att räkna med streck eller bokstäver. Och det finns en massa saker runt om kring oss som kräver avancerade beräkningar. Men de riktigt avancerade beräkningarna har jag bara varit i kontakt med på högskolans statistik och matematik lektioner. I verkliga livet däremot brottas oftast inte ens ingenjörer med mer avancerad matematik än de fyra räknesätten. Fast talen kan vara stora och då används olika specialtecken (tabell 1) för att alla ska slippa räkna de mindre viktiga siffrorna som följer efter de första. De stora talen är ofta mätvärden från mätningar av sådant om går att mäta (kallas storheter), som energiförbrukning, avstånd, lagringskapacitet i datorer, och överföringsfrekvenser (kallas bärfrekvenser) för radiokanaler. Sålunda skrivs:

Energiförbrukningen på ett år i en villa= 26321000 wattimmar (förkortas Wh)= 26321 kWh.

Avståndet Stockholm-Uppsala= 71000 meter (förkortas m)= 71 km= 7,1 mil.

Lagringskapaciteten i en hårddisk= 3000000000000 byte (förkortas b)= 3 Tb.

Bärfrekvensen för P1 i Stockholm= 92500000 hertz (förkortas Hz)= 92,5 MHz.

Tabell 1. Talfaktor och prefix.

Talfaktor utskriven	Som tiopotens	Prefix	Symbol
1.000.000.000.000	10^{12}	Terra	T
1.000.000.000	10^{9}	Giga	G
1.000.000	10^{6}	Mega	M
1.000	10^{3}	kilo	k
100	10^{2}	hekto	h
10	10^{1}	deka	da
0,1	10^{-1}	deci	d
0,01	10^{-2}	centi	c
0,001	10^{-3}	milli	m
0,000001	10^{-6}	mikro	µ
0,000000001	10^{-9}	nano	n
0,000000000001	10^{-12}	piko	p

Wh, m, b, Hz är mätenheter som vi har kommit överens om för att det är lättare och ofta mer exakt att säga 60 wattimmar än exempelvis: Den elektriska energi som går åt för att driva en 60W:s glödlampa i en timme.

För att beskriva hur olika storheter påverkar varandra används tekniska formler. En vanligt använd sådan är den som vi använder för att räkna ut restiden mellan två platser (den sökta storheten är i det fallet tid): Tiden det tar att åka bil mellan två platser= avståndet mellan platserna/medelhastigheten på färden, dvs.:

$$\text{Tiden (i timmar)} = \frac{\text{sträckan (i km)}}{\text{hastigheten (i km/h)}}$$

Det blir överskådligare när det skrivs med förkortningar och de förkortningar som brukar användas är i detta fallet:

$$t = \frac{s}{v}$$

Formeln visar att ju längre sträcka eller ju lägre medelhastigheten är desto längre tid tar det att komma fram.

Och så är det med formler i allmänhet. De talar om hur saker förhåller sig till varandra. I tabell 2 beskriv ytterligare några mer eller mindre användbara formler.

Tabell 2. Några formler med beskrivning av vad det innebär, samt exempel på mätetal.

Sökt storhet	Formel	Vilket innebär	Exempel på mätetal
Acceelration (a)	a=dv/dt, där dv= hastighetsökningen, dt= tiden för hastighetsökningen.	Ju kortare tid det tar att förändra hastigheten desto större är accelerationen (eller motsatsen retardationen, alltså bromsningen).	5,5 m/s^2 (=0-100 km/h på 5 s)
Densitet (?)	?=m/V, m= vikten, V= volymen	En liten grej har högre densitet än en större grej som väger lika mycket.	1 kg/dm^3
Vätsketryck (p)	p=?gh, ?= vätskans densitet, g= tyngdaccelerationen (= 9,81 m/s^2), h= vätskans höjd.	Ju högre höjd på vätskan ovan något och/eller ju tyngre vätskan är desto högre blir trycket i alla punkter på grejen.	100 kPa (=100.000 N/m^2= 1 bar)
Mekaniskt tryck (p)	p=mg/A, m= lastens tyngd, g= tyngdaccelerationen, A= den belastade arean.	Ju större tyngd och/eller ju mindre area som belastas desto större blir trycket på arean.	100 kPa (=100.000 N/m^2= 1 bar)

Utöver siffror, storheter, mätenheter och formler behövs alltid material för att skapa något mer än bara tankar. De vanligaste byggmaterialen i vår värld är kol, väte och syre som blandats på olika sätt. Dessa tre ämnen kallas för grundämnen eftersom de inte går att dela upp i andra ämnen.

Men de är likväl blandningar av atompartiklar. Väte är det enklaste grundämnet. I sin grundform har det bara två atompartiklar: en proton och en elektron. Protonen och elektronen hålls ihop till en väteatom genom att de har olika laddning, som polerna i en magnet. Om atomkärnan är som en liten kula i mitten på en jättestor fotbollsarena, är elektronen ännu mindre och snurrar runt på översta raden av läktaren. Det mesta hos atomen är alltså tomrum.

Väteatomen och alla andra grundämnen kan ha en ytterligare typ av partikel som kallas neutroner. Väteatomer som har neutroner kallas väteisotoper och det finns de som har en (deuterium) eller två neutroner (tritium).

Det näst enklaste grundämnet (helium) har två protoner och elektron. Ytterligare nästa heter litium och totalt finns det ungefär 100 grundämnen, varav de flesta är metaller. För att beskriva dem har vi hittat på ”periodiska systemet”. Det ser i en enkel version ut såhär:

1																	2
3	4											5	6	7	8	9	10
11	12											13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	*	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
87	88	**															

* Nr 57-71 kallas lantanoider och de särredovisas dels för de är väldigt sällsynta och dels för att det anses göra systemet mer överskådligt.

** Nr 89-103 kallas aktinoider är så sällsynta metaller att bara fyra av dom över huvud taget förekommer i naturen (nr 89 – 93), resten kan bara framställas genom kärnreaktioner.

Numret i varje ruta motsvarar det antal protoner som finns kärnan på varje atom av ämnet och således antalet elektroner de har i sitt grundtillstånd (se vidare nedan). Istället för antalet protoner kan man presentera periodiska systemet med ämnenas svenska namn:

Väte																	Helium
Litium	Berylliu m											Bor	Kol	Kväve	Syre	Fluor	Neon
Na- trium	Magnes ium											Alu- minium	Kisel	Fosfor	Svavel	Klor	Argon
Kalium	Kalcium	Skan- dium	Ttian	Vanadi n	Krom	Man- gan	Järn	Kobolt	Nickel	Koppar	Zink	Gallium	German ium	Arse- nik	Selen	Brom	Kryp- ton
Rubid- ium	Strontiu m	Yttrium	Zirko- nium	Niob	Molyb- den	Tek- netium	Rute- nium	Rodium	Palla- dium	Silver	Kad- mium	Indium	Tenn	Anti- mon	Tellur	Jod	Zenon
Cesium	Barium	*	Haf- nium	Tantal	Vol- fram	Rhen- ium	Os- mium	Irdium	Platina	Guld	Kvick- silver	Tallium	Bly	Vismut	Polo- nium	Astat	Radon
Franci- um	Radium	**															

En del grundämnen liknar varandra mer än andra. Till exempel har guld mer gemensamt med silver än med aluminium. Därför delas de in på olika sätt, här är några exempel på hur det kan göras:

Väte																	Helium
Litium	Beryllium											Bor	Kol	Kväve	Syre	Fluor	Neon
Na-trium	Magnesium											Alu-minium	Kisel	Fosfor	Svavel	Klor	Argon
Kalium	Kalcium	Skan-dium	Ttian	Vanadin	Krom	Man-gan	Järn	Kobolt	Nickel	Koppar	Zink	Gallium	Germanium	Arse-nik	Selen	Brom	Kryp-ton
Rubid-ium	Strontium	Yttrium	Zirko-nium	Niob	Molyb-den	Tek-netium	Rute-nium	Rodium	Palla-dium	Silver	Kad-mium	Indium	Tenn	Anti-mon	Tellur	Jod	Zenon
Cesium	Barium	*	Haf-nium	Tantal	Vol-fram	Rhen-ium	Os-mium	Irdium	Platina	Guld	Kvick-silver	Tallium	Bly	Vismut	Polo-nium	Astat	Radon
Franci-um	Radium	**															

Ickemetalliska material

Ädelgaser (de liknar varandra i att de normalt förekommer i gasform och att de ogärna reagerar med andra ämnen, därav tillnamnet ädel)

Ädelmetaller (reagerar mer ogärna med andra ämnen, många av dom har också hög densitet och smältpunkt).

Lättmetaller (de liknar varandra i att de är lättare än andra metaller)

Övriga metaller, varav de ovanliga:

De som blandar ihop olika grundämnena till blandningar som vatten, plast, bensin och så vidare, använder diverse metoder och, så klart, recept för vad de ska blanda. I dessa recept står det inte:

Tag två väteatomer.
Tag en syreatom.
Häll dom i en skål och rör om, så får du en vattenmolekyl.

Eftersom atomerna är så små att det inte ens med de mest avancerade instrumenten går att ta bara en atom. Dessutom skrivs inte recept i kemin på det sättet, för kemister använder grundämnenas förkortning.

H																	He
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	T	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
Fr	Ra	**															

Så receptet för en vattenmolekyl skulle kunna se ut såhär.

$H + H + O = H_2O$

Att olika grundämnen reagerar med varandra beror på att en del gärna vill släppa ifrån sig elektroner emedan andra gärna tar åt sig fler. Elektronerna snurrar runt på olika, och mer eller mindre fasta, avstånd ifrån protonerna i kärnan. Närmast kärnan snurrar maximalt två elektroner. På nästa omloppsavstånd snurrar upp till 10 stycken och på ytterligare nästa 18 elektroner. I det periodiska systemet beskrivs detta genom att det i princip för varje rad i systemet tillkommer ett nytt omloppsavstånd (man har delvis tummat på det för att göra systemet överskådligt). Ämnet längst till vänster på varje rad har bara en elektron i dess yttersta omloppsavstånd, emedan i ämnet längs till höger har maximalt antal elektroner i det. Den modellen stämmer väl med det faktum att ämnena längst till vänster väldigt lätt reagerar med andra ämnen emedan de längst till höger inte reagerar alls.

Ämnena längst till vänster reagerar genom att släppa ifrån sig den ensamma elektronen i det yttersta omloppsavståndet. Ämnena näst längst till höger tar istället gärna upp en elektron så att deras yttersta omloppsavstånd blir fullt.

Atomer som släppt ifrån sig eller tagit emot extra elektroner kallas för joner.

Antalet elektroner per atom för ämnet längst till höger i raden

2	H																	He
10	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
18	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
36	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
54	Rb	Sr	T	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
86	Cs	Ba	*	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
118	Fr	Ra	**															

Släpper väldigt gärna ifrån sig elektronen i den yttersta omloppsbana
Släpper ganska gärna ifrån sig de två elektronerna i den yttersta omloppsbanan
Tar väldigt gärna emot en elektron
Tar ganska gärna emot två elektroner
Varken släpper ifrån sig eller tar emot elektroner

Detta fenomen utnyttjar vi till att skapa blandningar mellan olika grundämnen. Det gör vi genom att locka en del grundämnen till att lämna ifrån sig elektroner som andra grundämnen lockas att ta emot. Vatten, exempelvis, tillverkas bland annat i en del bränsleceller, som en biprodukt vid genereringen av elektricitet. De bränslecellerna består i princip av en balja fylld med en elektriskt ledande vätska. I bägge kortändarna av baljan finns en elektrod som är kopplad, på samma sätt som ett vanligt batteri, till plus respektive minuskontakterna på den grej som ska drivas. Invid den elektrod som är kopplad till grejens pluspol sprutas vätgas in och invid den andra sprutas in syrgas eller luft. Eftersom väte gärna lämnar ifrån sig sin elektron delar sig vätet till vätejoner och elektroner. Eftersom syre gärna tar upp två extra elektroner rör de sig mot syret genom ledningen och grejen som ska drivas och bildar därigenom en elektrisk ström.

Vätejonerna har samma laddning som en ensam proton emedan syreatomen som tagit emot två elektroner (syrejonen) får motsatt laddning. Vi har valt att kalla vätejonen för + laddad och syrejonen – laddad. Syrejonerna och vätejonerna rör sig sedan emot varandra i den ledande vätskan och förenar sig till vatten (H_2O).

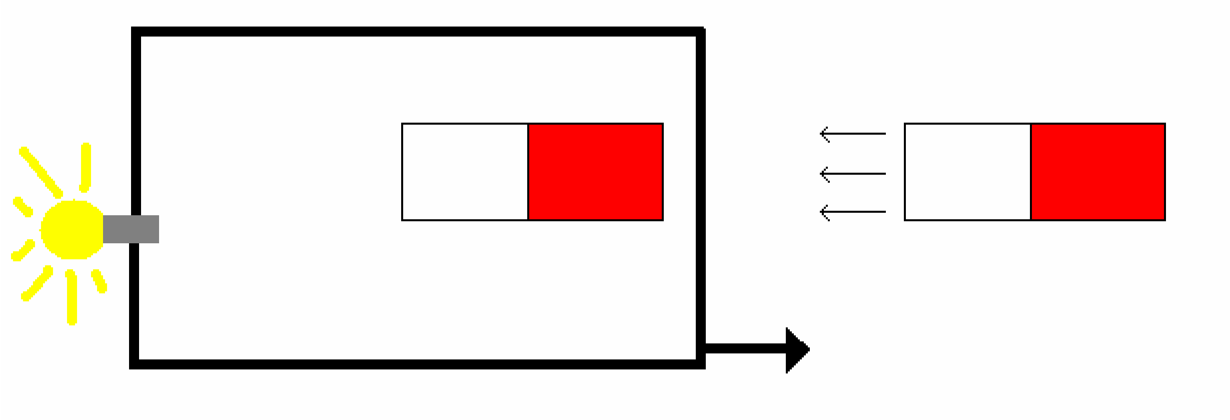
För att göra en viss mängd vatten går det åt precis dubbelt så många enheter väte- som syreatomer. Men det går inte, som tidigare nämnts, att plocka atom för atom och sätta ihop. Man har därför infört storheten substansmängd, som mäts i enheten mol. 1 mol innehåller 6,022 [10^{23} enheter. Hur många atomer som en enhet består av varierar däremot beroende på hur atomerna vill binda ihop sig.

Både väteatomer och syreatomer håller gärna ihop i par, för paren kan dela på de elektroner som behövs för att fylla den yttersta omloppsbanan. Det kallas för en kovalent bindning.

En enhet väte ser därför ut såhär: H_2 emedan den för syre ser ut så här: O_2. Ett mol H_2 väger 2 gram (g) emedan ett mol O_2 väger 32 g. Receptet för vatten blir således:

	$2H_2$	+	$O_2 \longrightarrow$	$2H_2O$
Antal atomer/enhet (stycken)	2		2	3
Antal atomer/mol	12,044 10^{23}		12,044 10^{23}	18,066 10^{23}
Substansmängd (mol)	2 mol		1 mol	2 mol
Substansvikt (g)	4 g		32 g	36 g

Elektroner kan också lockas till rörelse med hjälp av magnetfält. Eftersom det är negativt laddade kommer de att vilja röra sig emot den positiva sidan av magnetfältet. Och det är denna vilja som gör att vi kan skapa elektricitet i generatorer. Den användbara elektriciteten skapas genom att ett elektriskt ledande material kopplat som, en ring flyttas mot elektronernas rörelseriktning i magnetfältet. Då börjar elektronerna inne i ledaren att förflytta sig genom ringen, vilket innebär att det bildas en ström i den. Ledaren i sin tur är kopplad till någon som ska drivas med strömmen. Samtidigt skapas ett magnetiskt fält runt ledaren och detta fält blir motriktat emot det första fältet och det utgör ett hinder för elektronerna som vill flytta sig runt i magnetfältet.



Ju starkare magnetfälten är desto snabbare rör sig elektronerna i ledaren emot pluspolen. Det beskriver vi genom att säga att spänningen ökar. Storheten elektrisk spänning förkortas V och mäts i enheten *volt* (symbol V).

Ju fler elektroner som rör sig i ledaren desto starkare är strömmen i den. Storheten strömstyrka förkortas I och den mäts i *ampere* (symbol A). Strömstyrkan i sin tur beror också på hur starkt magnetfältet är, men även på hur lätt elektronerna kan röra sig i ledaren. Elektroner i en ledare (metalltråd) stöter nämligen ideligen på motstånd (andra atompartiklar i ledningen) varvid ett slags friktion uppstår. Denna friktion avges i form av värme. Motståndet kallas resistans (förkortas R) och enheten är *Ohm* (symbol ?). I isolatorer är resistansen mycket stor medan den är liten i goda ledare, som koppartråd.

Sambandet mellan spänning, resistans och strömstyrka beskrivs med formeln:

$$I=\frac{U}{R}$$

Formeln kallas *Ohms lag* efter mannen som kom på den. Formeln kan, så klart, även skrivas:

U = I [R

Men den ström som går att få ut i ledaren beror, som sagt, inte bara på spänningen och motståndet i ledaren utan även på kraften i det magnetiska fältet som ledaren rör sig i. Kraften kallas för effekt (skrivs P) och enheten är watt (symbol W). Formeln för strömmens förhållande till effekten och spänningen är:

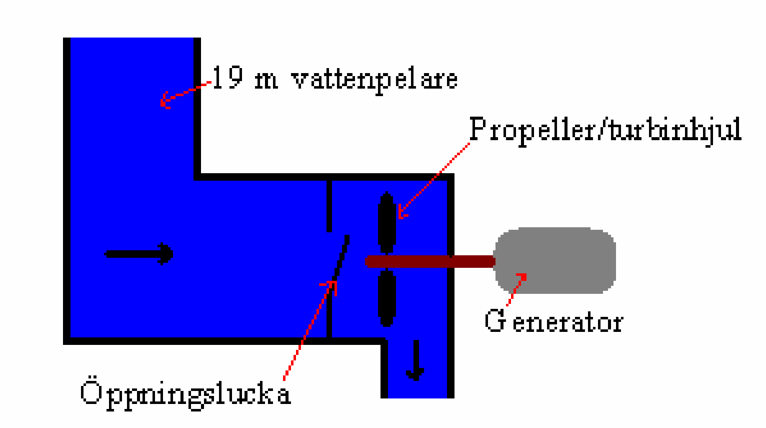
$$I=\frac{P}{U}$$

Elektriska generatorer bygger på att när ett elektriskt ledande material (som en ledare) rör sig i ett magnetfält skapas det ström i det ledande materialet. I små genratorer kan magnetfältet skapas av permanentmagneter, men i exempelvis många vattenkraftverk skapas magnetfältet med elektricitet. Generatorerna i dessa ser ut som stora elmotorer, med en roterande del i mitten (rotorn). Rotorn är försedd med ledningar genom vilka det går en mindre ström, vilket gör att det uppstår ett magnetfält runt rotorn. Runt rotorn finns det kraftiga elledningar. När rotorn snurrar blir det som att ledningarna omkring rör sig mot magnetfältet och det blir ström i de kraftiga ledningarna.

Effekten är det viktigaste i elsystemet, för det går inte att ta ut mer effekt än vad som stoppas in. Spänningen och strömmen däremot kan ändras med transformatorer. Resistanserna finns i de apparater som kopplas till systemet och i systemet självt. Resistansen i systemet ska vara så låg som möjligt för att inte slösa bort effekt, emedan apparaterna som kopplas in, ofta ska ha så hög resistans som möjligt för att hålla ner strömmen igenom dom.

När Sverige elektrifierades i början på 1900-talet byggde byar runt omkring i landet sina egna elnät, som försörjdes av ett litet vattenkraftverk i närheten.

Effekten som kundes tas ut ur vattenkraftverket berodde på vattentrycket emot turbinhjulet och mängden vatten som rann i ån, samt hur lite energi som försvann på vägen från turbinhjulet till elkablarna från generatorn (vilket uttrycks som den totala verkningsgraden). Vattentrycket berodde i sin tur på hur stor höjdskillnad det var mellan dammens vattenyta och turbinhjulet. Och verkningsgraden berodde på komponenterna som anläggningen byggdes med.



Effekten= fallhöjden [vattenflödet [tyngdaccelerationen [kraftverkets verkningsgrad

Med de gängse symbolerna ser formeln ut enligt följande:

$P = H$ [Q [g (=9,81 m/s^2) [?   [kW]

Om det fanns 19 meter vatten ovan platsen för turbinhjulet (fallhöjden H= 19 m) och det i genomsnitt fanns vatten nog för att sjuhundra liter vatten per sekund skulle kunna rinna genom turbinen (flödet Q= 0,7 m^3/s) och den totala verkningsgraden för den utrustning de tänkte inhandla var ungefär 85%, blev den effekt de i genomsnitt kunde få ut:

$P_{genomsnitt}$= 19 [0,7 [9,81 [0,85= 95 kW

Låt säga att de byggde en precis så stor anläggning invid vattenfallet. Och att de använde trefasgenerator som gav samma spänning som en vanlig trefasmotor drevs med på den tiden (220 V).

I en trefasgenerator genereras lika mycket effekt i alla tre faserna och därmed lika mycket ström. Strömmen i varje fas hade då i genomsnitt varit:

$$I_{fas} = \frac{P_{genomsnitt}}{3 \text{ x } U_{fas}} = \frac{95.000 \text{ W}}{3 \text{ x } 220 \text{ V}} = 144 \text{ A}$$

På vägen till byn skulle det försvinna en del effekt på grund av att det är resistans i ledningarna. Resistansen i en ledning är kanske 0,00001 ? /m (10 µ? /m). Om det var, säg, 1 mil till den by som använder strömmen blev den totala resistansen i var och en av de tre ledningarna:

$R_{per\ ledning}$= 10.000 m [0,00001 ? /m= 1 ?

Den effekt som försvann som värme i ledningarna skulle då bli:

$P_{\text{förlust i ledningarna}}$ = 3 [U [I = 3 [R [I [I, eftersom något [något, skrivs något^2 blir formeln:

$= 3 \,[\, R_{\text{per ledning}} \,[\, I^2_{\text{fas}} = 3 \,[\, 1 \,[\, 144^2 = 3 \text{ x } 20.736 \text{ W} = 62 \text{ kW}$

Det är ju inte så bra, därför ville byborna höja spänningen i ledningen till byn med en transformator så att den blev 10.000 V i varje fas. För på så sätt skulle strömmen genom ledningen bli lika mycket mindre som spänningen blev högre. Vilket vore bra eftersom förlusterna i ledningen är proportionella emot I^2.

För transformatorer gäller att den överförda effekten är densamma (bortsett ifrån smärre förluster i transformatorn) men spänningen ändras och då ändras ju strömmen också, eftersom:

$P_{\text{ingångssida}} = U_{\text{fas1}} \,[\, I_{\text{fas1}} = P_{\text{utgånssida}} = U_{\text{fas2}} \,[\, I_{\text{fas2}}$

Strömmen på utgångssidan I_{fas2} blir per fas:

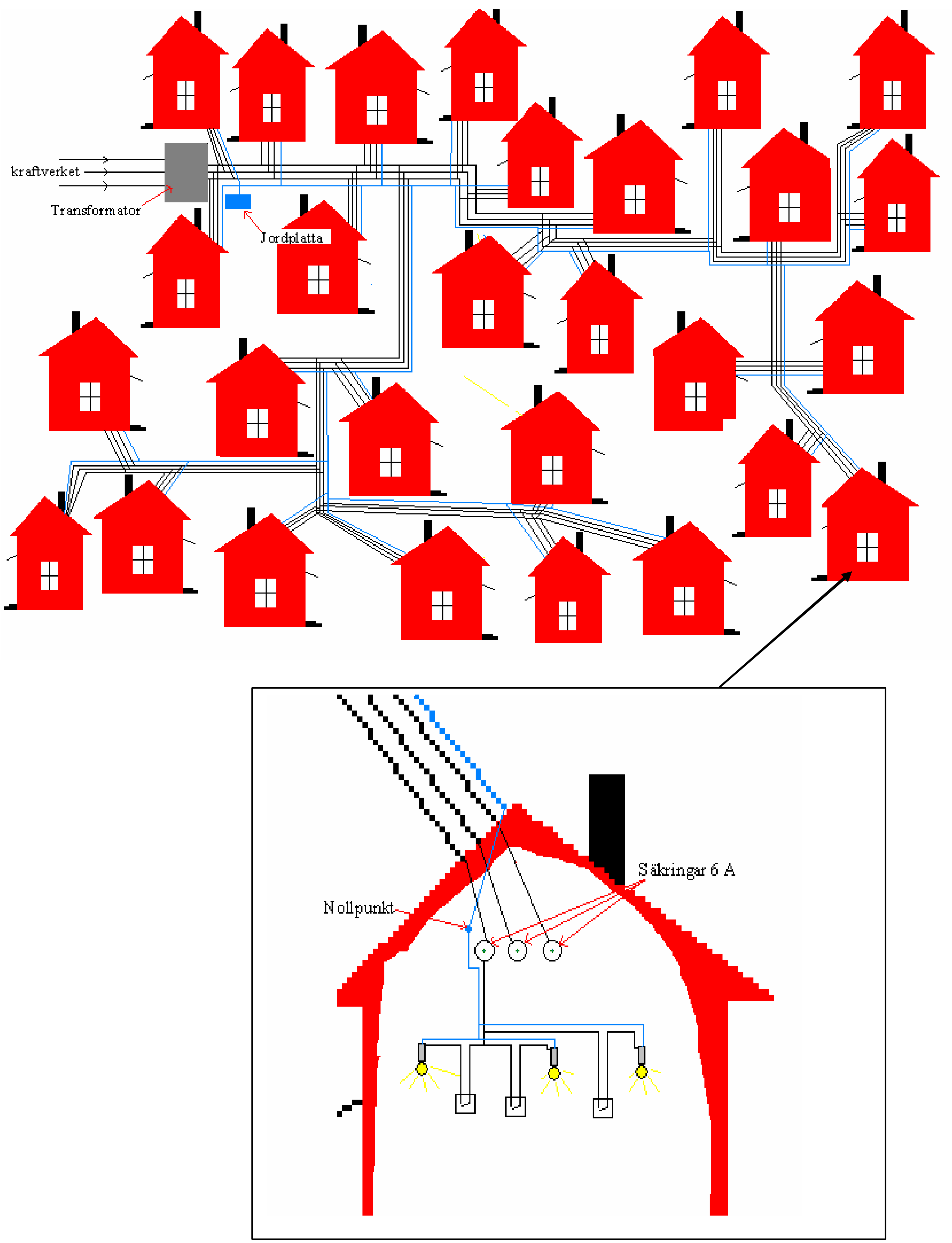
$$I_{\text{fas2}} = \frac{I_{\text{fas1}} \,[\, U_{\text{fas1}}}{U_{\text{fas2}}} = \frac{144 \,[\, 220}{10.000} = 3{,}2 \text{ A}$$

Och på så sätt fick de ner förlusterna i ledningarna till:

$P_{\text{förlust i ledningarna}} = 3 \,[\, R_{\text{per ledning}} \,[\, I_{\text{fas}}^2 = 3 \,[\, 1 \,[\, 3{,}2^2 = 31 \text{ W}$

När energin transporterats till byn transformerades spänningen ner till 220 V igen, för att det passade byns apparater och glödlampor och för att det är mindre farligt med 220 V än 10.000 V.

På den tiden då byarna hade egna kraftverk, användes elektriciteten mest till glödlampor.



Varje hus hade en säkring på 6 A på var och en av de tre faserna. Då kunde de få ut:

$P_{\text{total i varje hus}} = 3 [I_{\text{säkring}} [U_{\text{fas}} = 3 [6 [220 = 3.920$ W= 3,9 kW.

Om de bara gjorde av med elen på 60 W:s glödlampor kunde de ha över 60 stycken ingång samtidigt, då:

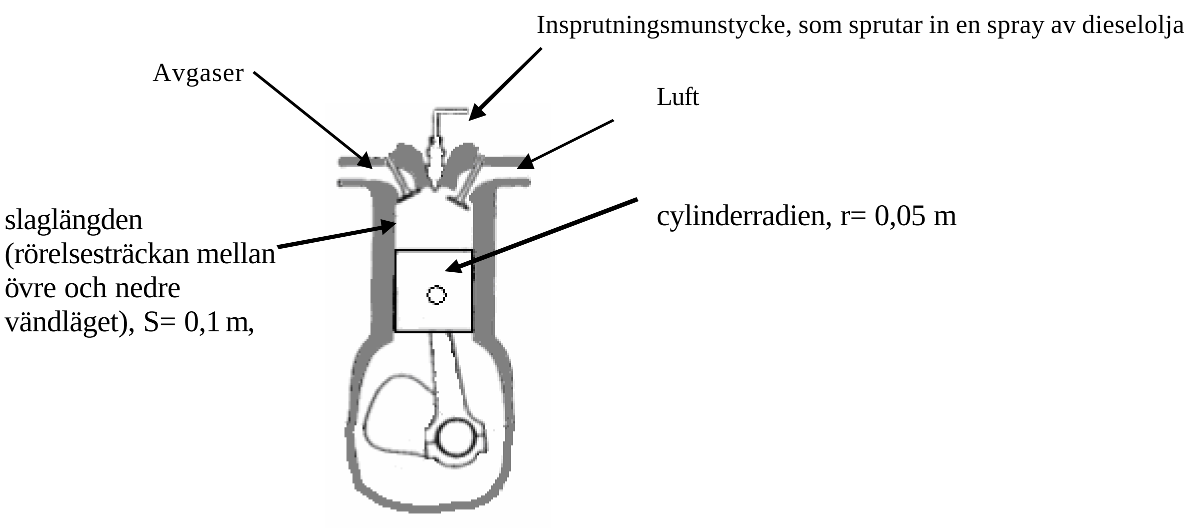
$$\text{Antalet glödlampor} = \frac{\text{total effekt}}{\text{effekten/glödlampa}} = \frac{3920 \text{ W}}{60 \text{ W/lampa}} = 66$$

Vilket på den tiden var en god marginal, för man hade inte mer än en ett par stycken lampor i taket och kanske en golvlampa. Hade de haft våra tiders elektriska spisar däremot, hade det varit värre. För spisar drar, typ, 8 kW om alla plattorna och ugnen är på samtidigt.

När byborna använde mindre effekt än 95 kW (dvs. färre förbrukare var inkopplade) blev motståndet högre (även om en glödlampa ger högt motstånd ger en avstängd glödlampa ännu högre motstånd) och med det minskade strömmen i systemet. Det i sin tur ledde till att det magnetiska fältet minskade runt elledningarna i generatorn. Eftersom det fältet motarbetade fältet som skapades av generatorns roterande del, innebar detta att den roterande delen mötte mindre motstånd och därför kunde den snurra fortare. För att motverka det satt det ständigt en person i kraftstationen beredd att minska vattenflödet till dess att den roterande delen återigen snurrade med samma hastighet som det var tänkt. Och därmed var återigen den genererade effekten lika stor som den förbrukade.

Andra gånger behövde de istället ta ut mer effekt än 95 kW. Därför skaffade de en fyrcylindrig dieselmotor, som de ställde i kraftstationen. Till dieselmotorn kopplade de en extra generator.

Säg att motorn hade ett normalt driftsvarvtal n= 20 varv/sekund.



En dieselmotor fungerar, som bekant, så att kolven trycks nedåt av en explosion. När kolven åker upp igen öppnas samtidigt avgasventilen och kolven trycker ut avgaserna igenom den. Kolven har emellertid så mycket rörelseenergi att den vänder igen och fortsätter nedåt. På vägen ned öppnas en ventil som släpper in luft som sugs in av den nedåtgående kolven. Då kolven går upp igen stängs luftventilen och luften trycks ihop. Ju mer luften trycks ihop desto varmare blir den och när kolven är nästan uppe sprutas det in finfördelad diselolja, som antänds av att luften är så varm. Vilket gör att det blir en explosion.

Trycket (förkortas med p) i cylindern efter explosionen beräknas med formeln:

$$p = \frac{? \text{ x } R \text{ x } T}{V}$$

Som är ett sätt att skriva det som kallas ”allmänna gaslagen” p x V = ? x R x T där

p = gasens tryck (i N/m^2)

V = gasens volym (i m^3)

? = substansmängd (i mol)

R = gaskonstanten (= 8,3145 J/mol Kelvin)

T = absoluta temperaturen (i Kelvin).

Kraften på kolven= trycket i cylindern [kolvens area= p [p [kolvradien [kolvradien= ppr^2.

Trycket är så klart störst precis efter explosionen och därefter minskar det med kolvens rörelse nedåt. Det löser, den som vill räkna ut den skapade rörelseenergin enklast genom att räkna med medeltrycket i cylindern (p_{medel}). Det går så klart att räkna fram medeltrycket, fast det är mycket lättare att mäta trycket under en några varv och låta mätdatorn räkna fram medelvärdet.

Låt säga att medelvärdet, p_{medel}= 10 bar= 10 [10^5 N/m^2.

Effekten på motoraxeln är kraften på kolven [rörelsehastigheten och den senare är detsamma som slaglängden (S) [varvtalet (n). Sammantaget är formeln för effekten:

P= p_{medel} [p x r^2 x S x n multiplicerat med antalet cylindrar

Och denna fyrcylindriga motor med:
Medeltrycket, p_{medel}= 10 [10^5 N/m^2
cylinderradien, r= 0,05 m,
slaglängden, S= 0,1 m,
varvtalet n= 20 varv/sekund.

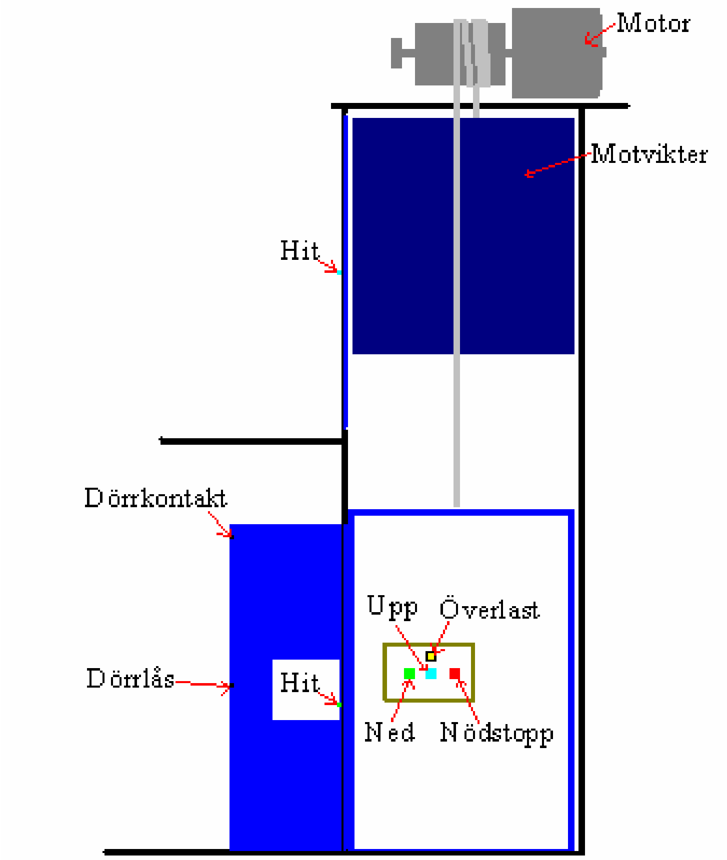
Gav:

P= 10 [10^5 x p [$0{,}05^2$ [0,1 [20 [4 W = 62.800W= 62 kW om verkningsgraden i överföringen till elektrisk energi var ungefär densamma som för byns vattenkraftverk hade de fått ut:

$P_{elektrisk\ effekt}$= $P_{mekanisk\ effekt}$ [0,85= 52,7 kW

Elektronik som datorer och styrsystem bygger i mångt och mycket på ännu enklare matematik som bara använder två siffror. Säg att en av byborna ville bygga en hiss mellan två våningar och den skulle fungera såhär:

1. Hisskorgen ska röra sig om någon av knapparna uppåt eller neråt är intryckt.
2. Den får bara röra sig om dörrarna är stängda.
3. Om nödstoppet trycks in ska den stanna.
4. Om det är för mycket människor i hissen ska den inte starta.
5. Om hisskorgen är på väg åt ena hållet skall den inte reagera på att någon trycker på knappen åt det andra hållet.
6. Om korgen är emellan våningsplanen ska dörrarna inte gå att öppna.
7. Om korgen är på det andra våningsplanet och hit knappen trycks in skall hisskorgen röra sig (ifall dörrarna är stänga och det inte är för mycket folk i den och den inte redan är på väg).



Då behövde han eller hon skaffa:

En hissmotor.
En hisskorg.
Lina som korgen hänger i.
Motvikter.
En rulle för linan.
Hissdörrar.
En kontakt till varje dörr som trycks in då dörren är stängd.
Elektriska dörrlås.
En våg som sluter en brytare om det är för mycket folk i hissen.
Två ”hit”-knappar.
En ”upp”-knapp i hisskorgen.
En ”ner”-knapp i hisskorgen.
En ”nödstopp”-knapp.
En lampa som lyser när hissen är för tungt lastad.

För styrning av hissen behövs ett styrsystem. Nästa steg på vägen till att skapa ett sådan är att hitta på förkortningar för de olika ingående företeelserna:

Hissmotor upp = MU.
Hissmotor ned = MN.
Knapp uppåt i hisskorgen= HU.
Knapp nedåt i hisskorgen = HN.
Dörrkontakt uppe= DU.
Dörrkontakt nere= DN.
Elektrisk dörrlås uppe= EU.
Elektrisk dörrlås nere= EN.
Nödstopp= N.
Våg för att detektera överlast= Ö.
Lampa som tänds vid överlast= ÖL.
Lägeskontakt uppe= LU.
Lägeskontakt nere= LN.
Hit knapp uppe= VU.
Hit knapp nere= VN.

Majoriteten av dessa företeelser genererar insignaler till styrsystemet, det gäller: HU, HN, VN, DU, DN, N, Ö, LU, LN, VU, VN.

Hissbyggaren ville göra styrsystemet så enkelt som möjligt, därför lät denne alla knappar vara kopplade som ”hållknappar”, vilket innebär att när de släpps slutar aktiveringen. För då behövdes bara fem utsignaler. Ut från styrsystemet gick därför bara signaler till: MU, MN, EU, EN, LÖ.

Varje in- och utsignal har bara två lägen ”På” och ”Av” och detta kan sätta in i en tabell som beskriver vad som ska hända (tabell 3).

Tabell 3. Läget på in- och utsignalerna i de olika situationerna som kan uppstå (- betyder att den insignalen kan ändra värde utan att det påverkar den aktuella händelsen).

Rad		Insignaler										Utsignaler				
		HU	HN	DU	DN	N	Ö	LU	LN	VU	VN	MU	MN	EU	EN	LÖ
1	Hissen kallas till övre planet	-	Av	På	På	Av	Av	Av	-	På	-	På	Av	På	På	-
2	Hiss är på övre planet	-	-	-	-	-	-	På	Av	-	-	-	-	Av	På	-
3	Någon vill åka ner	-	På	På	På	Av	Av	-	Av	-	-	Av	På	På	På	-
4	Det är för tungt	-	-	-	-	-	På	-	-	-	-	Av	Av	-	-	På
5	Nödstoppet trycks in	-	-	-	-	På	-	-	-	-	-	Av	Av	-	-	-
6	Hissen kallas till nedre planet	Av	-	På	På	Av	Av	-	Av	-	På	Av	På	På	På	-
7	Hiss är på nedre planet	-	-	-	-	-	-	Av	På	-	-	-	-	På	Av	-
8	Någon vill åka upp	På	-	På	På	Av	Av	Av	-	-	-	På	Av	På	På	-

Istället för ”På” kan vi skriva ”1” och istället för ”Av” kan vi skriva ”0” (tabell 4).

Tabell 4. På ersatt med 1 och Av ersatt med 0.

Rad		Insignaler										Utsignaler				
		HU	HN	DU	DN	N	Ö	LU	LN	VU	VN	MU	MN	EU	EN	LÖ
1	Hissen kallas till övre planet	-	0	1	1	0	0	0	-	1	-	1	0	1	1	-
2	Hiss är på övre planet	-	-	-	-	-	-	1	0	-	-	-	-	0	1	-
3	Någon vill åka ner	-	1	1	1	0	0	-	0	-	-	0	1	1	1	-
4	Det är för tungt	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	0	0	-	-	1
5	Nödstoppet trycks in	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	0	0	-	-	-
6	Hissen kallas till nedre planet	0	-	1	1	0	0	-	0	-	1	0	1	1	1	-
7	Hiss är på nedre planet	-	-	-	-	-	-	0	1	-	-	-	-	1	0	-
8	Någon vill åka upp	1	-	1	1	0	0	0	-	-	-	1	0	1	1	-

Det är två rader som beskriver situationer då hissmotorn ska snurra så att hissen åker upp, är rad 1 och rad 8. Rad 1 beskriver att det ska ske om hitknappen uppe (VU)= 1 och rad 8 beskriver att det ska ske om knapp uppåt (HU)= 1. I båda fallen måste nödstoppet (N), överlastvågen (Ö) och lägeskontakten uppe (LU) vara= 0, dörrkontakterna (DU och DN) måste däremot vara= 1. Övriga insignaler kan ändra läge utan att det påverkar hisskorgens färd.

Tabell 5. Situationer då motorn ska snurra så att hissen åker uppåt.

Rad		Insignaler										Utsignaler				
		HU	HN	DU	DN	N	Ö	LU	LN	VU	VN	MU	MN	EU	EN	LÖ
1	Hissen kallas till övre planet	-	0	1	1	0	0	0	-	1	-	1	0	1	1	-
8	Någon vill åka upp	1	-	1	1	0	0	0	-	-	-	1	0	1	1	-

Alltså enligt rad 1 ska när HN= N= Ö= LU= 0 och DU= DN= VU= 1, hissmotorn snurra så att hisskorgen åker uppåt. Om någon av HN, N, Ö eller LU blir 1 ska det däremot inte ske. I den matematiska metod som resonemanget närmar sig säger man då att HN, N, Ö och LU ska vara ”icke”1. Och det markeras med ett streck över variabeln, såhär:

$\overline{HN}, \overline{N}, \overline{\text{Ö}}, \overline{LU}$

Den fortsatta vägen till styrsystemet går via matematik med några enkla regler (som kallas Boolesk algebra efter George Boole som hittade på dom):

1. 1 [1= 1, detsamma gäller oavsett hur många ettor som är inblandade, så 1 [1 [1 [1 [1 [1= 1.

2. $\overline{0}$= 1, $\overline{1}$= 0.
3. 1 [0= 0, det gäller även om det är hundra ettor och en nolla.
4. Om det däremot är ett plus emellan två insignaler räcker det med att en av dom är ett, för att utsignalen ska bli ett, men den blir aldrig mer än ett (hissmotorn kan inte snurra fortare). Dvs.1 + 0= 1 och 1+1+1= 1.

”Formeln” som beskriver MU funktionen i rad 1 är:

$$MU= \overline{HN} [DU [DN [\overline{N} [\overline{\text{Ö}} [\overline{LU} [VU$$

”Formel” för MU funktionen i rad 8:

$$MU= HU [DU [DN [\overline{N} [\overline{\text{Ö}} [\overline{LU}$$

Vi vill att hissmotorn ska snurra i bägge dessa fall och därför kan vi lägga ihop dom två ”formlerna” så att den startat om något av tillstånden inträffar:

$$MU= \overline{HN} [DU [DN [\overline{N} [\overline{\text{Ö}} [\overline{LU} [VU + HU [DU [DN [\overline{N} [\overline{\text{Ö}} [\overline{LU}$$

Formeln kan skrivas kortare genom att lyfta ut alla dom parametrar som är lika dana före och efter plustecknet:

$$MU= DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LU}\ [\ (\overline{HN}\ [\ VU + HU)$$

Formeln för MN funktionen i rad 3:

$$MN= HN\ [\ DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LN}$$

Och MN funktionen för rad 6 är:

$$MN= \overline{HU}\ [\ DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LN}\ [\ VN$$

Hoplagt blir det:

$$MN= HN\ [\ DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LN} + \overline{HU}\ [\ DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LN}\ [\ VN$$

Förkortat:

$$MN= DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{Ö}\ [\ \overline{LN}\ [\ (HN + \overline{HU}\ [\ VN)$$

Rad 4 och 5 i tabell 4 beskriver att då det är överlast eller nödstoppet är intryckt skall hissmotorn inte snurra, men det har vi tagit med ovan eftersom en förutsättning för att MU eller MN= 1 är att Ö och N är ”icke” 1.

Rad 2 beskriver att det övre elektriska dörrlåset (EU) ska vara oaktiverad bara då den övre lägeskontakten (LU) är aktiverad. Det beskrivs med:

$$EU= \overline{LU}$$

Och motsvarande för det nedre dörrlåset (rad 7):

$$EN= \overline{LN}$$

Den sista utgående signalen dvs. lampan för överlast (LÖ) ska aktiveras bara om vågen för överlast (Ö) blir aktiverad, alltså:

LÖ= Ö

Sammanfattningsvis:

$MU = DU \;[\; DN \;[\; \overline{N} \;[\; \overline{\ddot{O}} \;[\; \overline{LU} \;[\; (\overline{HN} \;[\; VU + HU)$

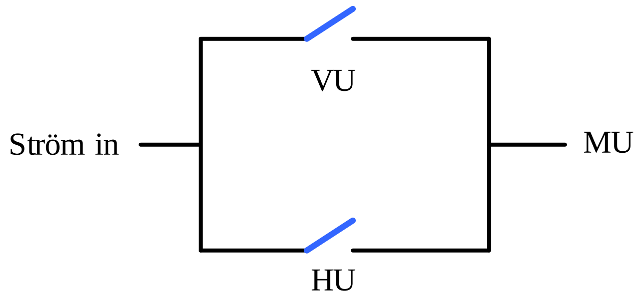
$MN = DU \;[\; DN \;[\; \overline{N} \;[\; \overline{\ddot{O}} \;[\; \overline{LN} \;[\; (HN + \overline{HU} \;[\; VN)$

$EU = \overline{LU}$

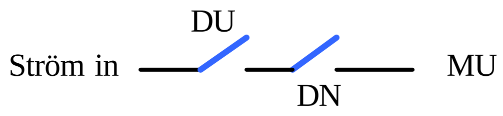
$EN = \overline{LN}$

LÖ= Ö

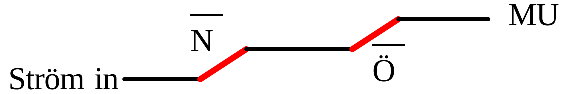
Det här kan synas vara ganska tramsigt, men det fina är att funktionen därefter kan byggas med enkla kontakter[3] som kopplas i kombinationer som motsvarar de tidigare beskrivna matematiska reglerna.



Med dessa två kontakter uppnås funktionen hissmotorn får ström om antingen någon eller bägge av kontakterna HU och VU är slutna (MU= HU + VU).



Om kontakterna kopplas såhär uppnås istället funktionen att hissmotorn får ström bara om bägge kontakterna DU och DN är slutna (MU= DU [DN).

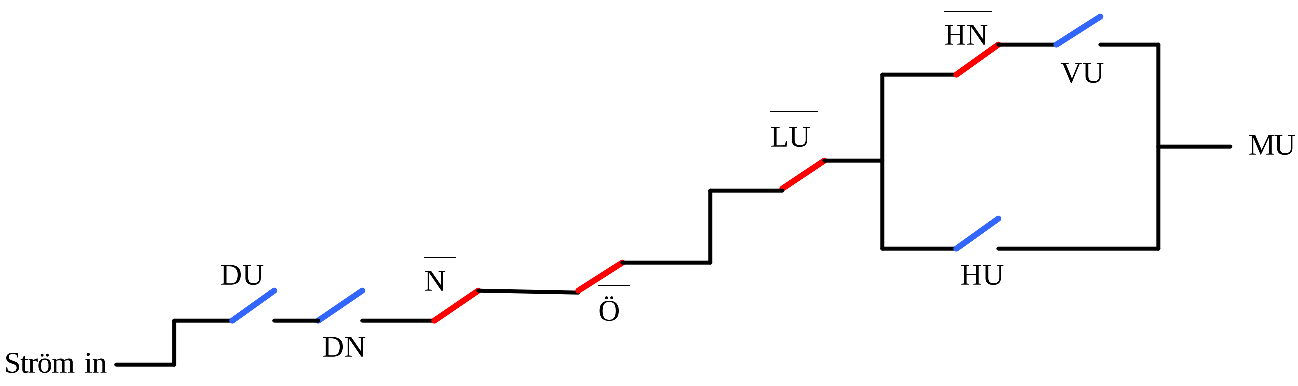


Denna koppling gör att hissmotorn får ström bara då bägge kontakterna är öppna

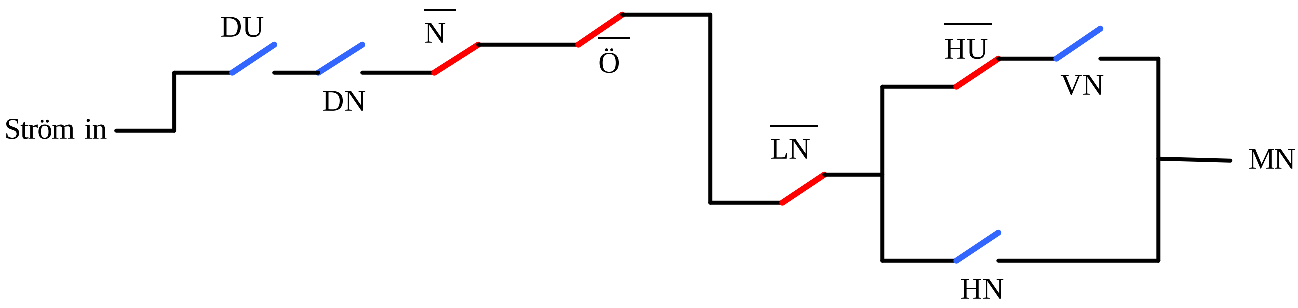
$(MU = \overline{N} \;[\; \overline{\ddot{O}})$

3. I verkliga hissar går strömmen till hissmotorn inte genom dörrkontakterna eller de andra givarna eftersom det bland annat skulle behövas så grova kablar då hissmotorn kräver väldigt mycket ström. Dessutom blir hissen mindre farlig om det är lägre spänning i kontakterna (vanligen 24 V). Så normalt byggs ett 24 V nät i hissen, som i sin tur driver reläer som bryter och släpper på strömmen till hissmotorn.

$MU = DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{\ddot{O}}\ [\ \overline{LU}\ [\ (\overline{HN}\ [\ VU + HU)$:



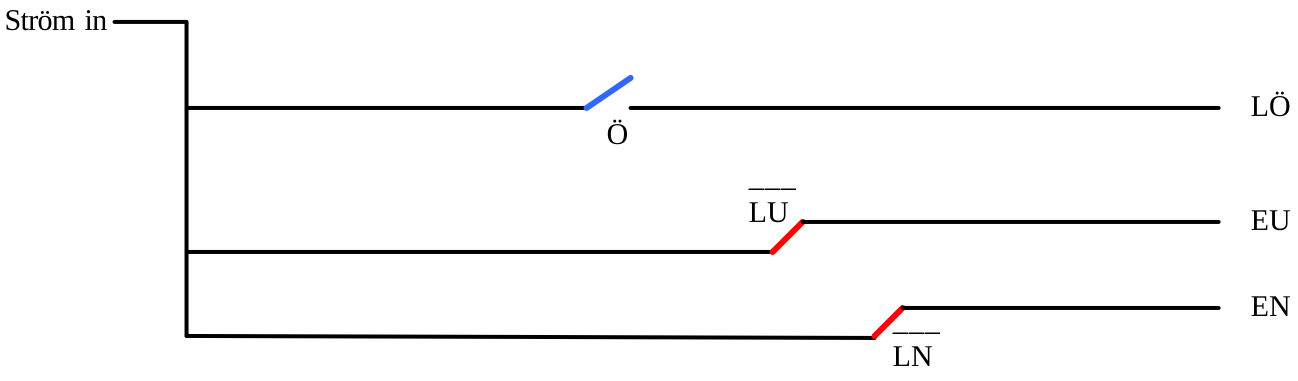
$MN = DU\ [\ DN\ [\ \overline{N}\ [\ \overline{\ddot{O}}\ [\ \overline{LN}\ [\ (HN + \overline{HU}\ [\ VN)$:



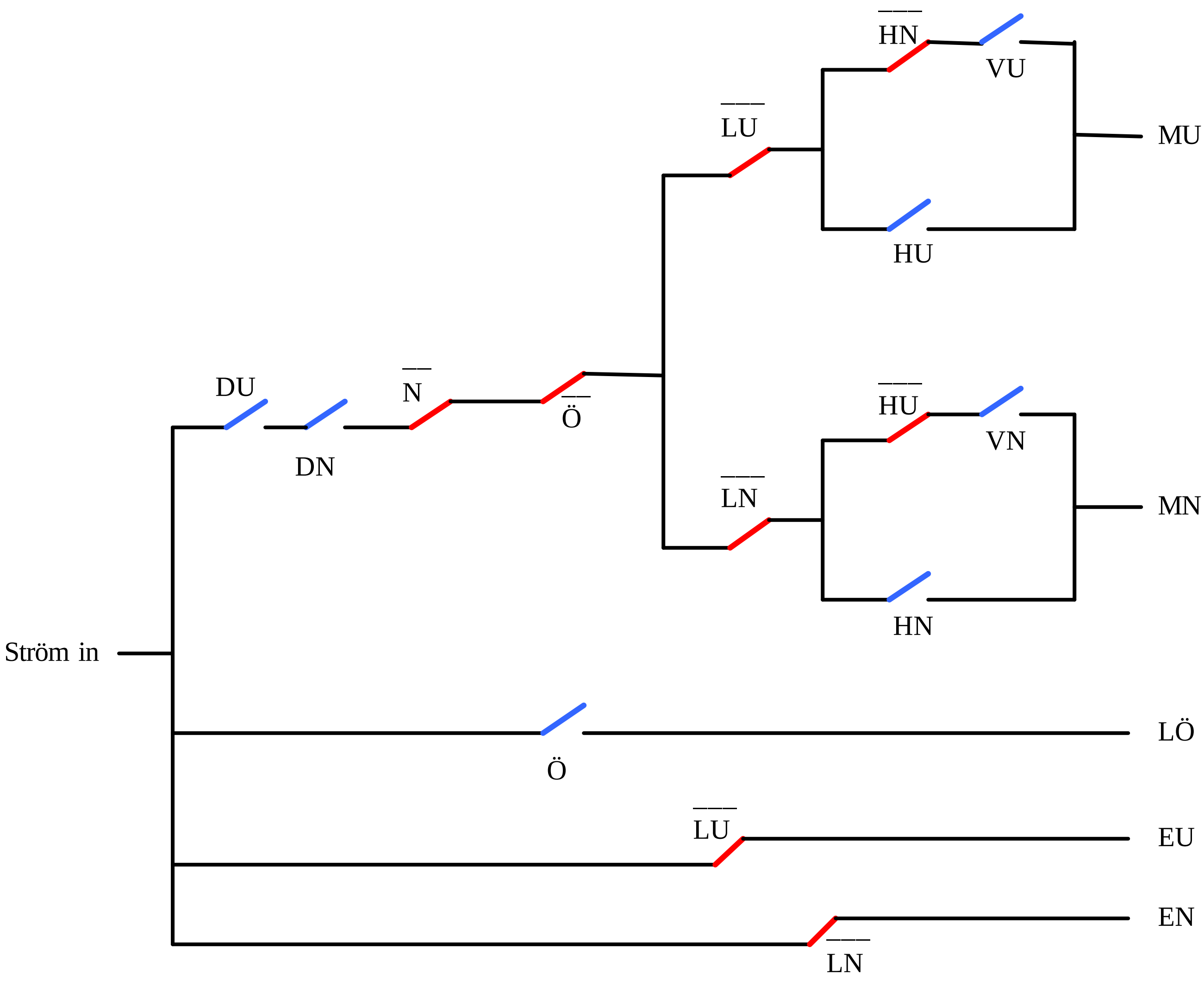
$EU = \overline{LU}$

$EN = \overline{LN}$

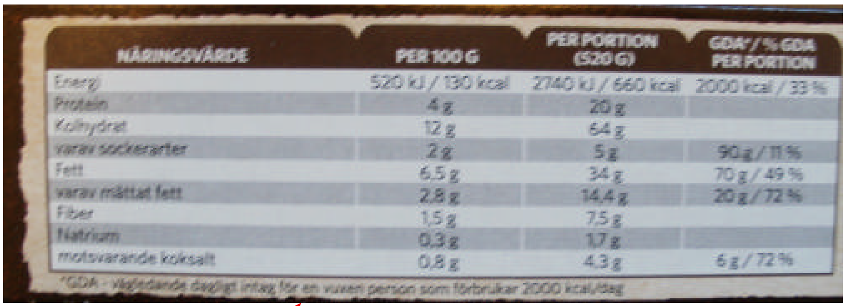
$L\ddot{O} = \ddot{O}$



Och hela styrsystemet:



Själva förbrukar vi också energi. Den får vi i oss genom det vi äter och dricker. Mat innehåller energi för oss, på samma sätt som bensin innehåller energi för en ottomotor. Men vi räknar vår energi i kiloJoule (kJ) istället för kWh.



NÄRINGSVÄRDE	PER 100 G	PER PORTION (520 G)	GDA*/% GDA PER PORTION
Energi	520 kJ / 130 kcal	2740 kJ / 660 kcal	2000 kcal / 33 %
Protein	4 g	20 g	
Kolhydrat	12 g	64 g	
varav sockerarter	2 g	5 g	90 g / 11 %
Fett	6,5 g	34 g	70 g / 49 %
varav mättat fett	2,8 g	14,4 g	20 g / 72 %
Fiber	1,5 g	7,5 g	
Natrium	0,3 g	1,7 g	
motsvarande koksalt	0,8 g	4,3 g	6 g / 72 %

*GDA - Vägledande dagligt intag för en vuxen person som förbrukar 2000 kcal/dag

En portion färdiglagad tacogratäng innehåller enligt innehållsförteckningen 2.740 kJ energi, vilket är lite mer än en halv kWh.

4.000 kJ˜ 1 kWh

En man som ligger stilla och väger 70 kg förbränner ungefär 5 kJ/minut, som främst blir till värme i kroppen. För honom tar det alltså ungefär:

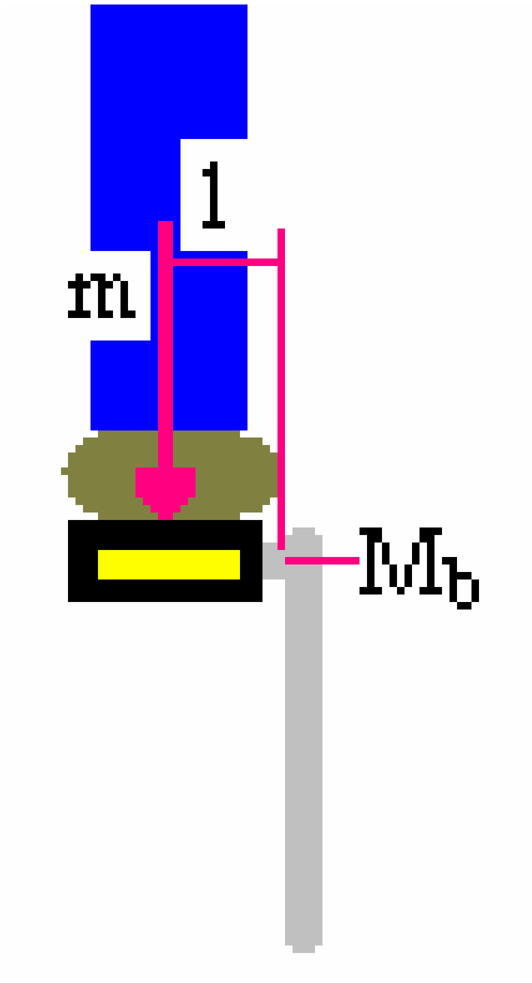
$$t = \frac{2.740 \text{ kJ}}{5 \text{ kJ/min}} = 548 \text{ minuter}/60 \text{ min/h} \tilde{\ } 9 \text{ h}$$

att förbruka energin (bortsett ifrån att omvandlingen av maten i sig ökar förbrukningen)

Om han istället skulle gå med en hastighet av 5 km/h skulle förbrukningen stiga till 17 kJ/min och gratängen skulle då förbrännas på 161 minuter. Ännu snabbare skulle han bli av med energin om han sprang 10 km/h, för det ger en förbränning om kanske 45 kJ/min.

En del tvingas ibland göra hållfasthetsberäkningar, fast det är oftast inget att bli nervös över för det räcker som regel med de fyra räknesätten. Den som konstruerar en cykelpedal bör till exempel beräkna att dess svagaste punkt står pall för även en tung cyklist.

Den svagaste punkten är någonstans på cykeln där belastningen (kallas böjmomentet, förkortas M_b) är hög samtidigt som konstruktionen är klen. Vilket är antagligen är där pedalen fäster i vevaxeln. Därför beräknar konstruktören böjmomentet i den punkten när, exempelvis, en 100 kg tung person står med hela sin tyngd på pedalen:



M_b= m [g [l

M_b= böjmoment
m= personens vikt= 100 kg
g= tyngdaccelerationen= 9,81 m/s^2
l= avståndet från lastens mittpunkt= 5 cm= 0,05 m

M_b= 100 [9,81 x 0,05= 49 Nm= 49.000 Nmm

Böjmomentet skapar en spänning i pedalens infästning (kallas böjspänning, förkortas s $_{b)}$ och den får inte överstiga den spänning som materialet klarar av. Hur stor böjspänningen blir beror på hur infästningen är utformad, dvs. hur stort konstruktionens böjmotstånd är.

s $_b$= $\frac{M_b}{W}$ där:

s $_b$= böjspänningen, anges i N/mm^2

W= böjmotståndet, som för en rund stång är:

W= $\frac{p\ [\ d^3}{32}$

Säg att stången har en diameter om 10 mm på smalaste stället:

$W= \frac{p\ [\ \ 10^3}{32} = 98\ \text{mm}^3$ därmed blir böjspänningen

$s_b= \frac{49.000}{98} = 500\ \text{N/mm}^2$

Vilket är ganska mycket, så det gäller att den som tillverkat cykeln har valt ett starkt material, för den som tittar i en hållfasthetstabell får stål, finner att en del stålsorter inte klarar den böjspänningen. Och då har vi inte ens beaktat att det finns personer som väger betydligt mer än 100 kg.

Den som sysslar med bokföring räknar väldigt mycket och han eller hon har utöver addition och division även stor nytta av procenträkning. Eftersom det ingår moms i de flesta inköp som görs och den kostnaden skall dras av emot den moms som de flesta företagare lägger på det de själva säljer (kallas utgående moms). När det är dags för momsredovisning lägger de ihop all moms de betalt på sina inköp och redovisar den totalsumman (kallas ingående moms). Dessutom summerar de ihop all moms i sin tur fått av sina kunder (kallas utgående moms). Slutligen gör de följande beräkning:

Moms att betala till staten= utgående moms – ingående moms

För de flesta företag blir summan större än noll eftersom de säljer för mer än de köper och då blir det pengar till statskassan. Men då det är tvärtom får de istället tillbaka pengar ifrån staten.

Momsrapport

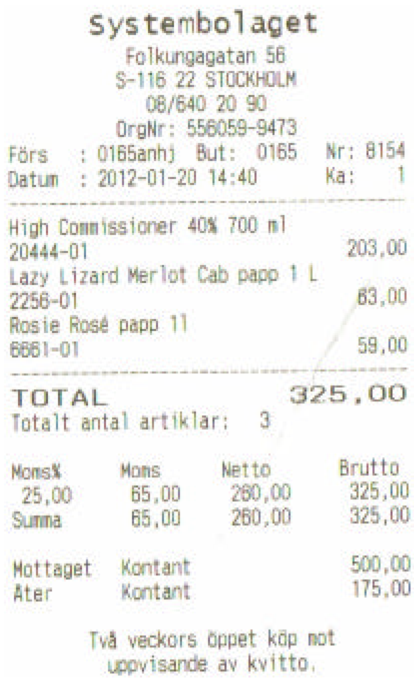
Övningsföretaget AB — Sida 1
Period 200709 - 200808

A. Momspliktig försäljning eller uttag exklusive moms		
Momspliktig försäljning som inte ingår i annan ruta nedan	05	1 077 200
Momspliktiga uttag	06	0
Beskattningsunderlag vid vinstmarginalbeskattning	07	0
Hyresinkomster vid frivillig skattskyldighet	08	0
C. Momspliktiga inköp där köparen är skattskyldig		
Inköp av varor från annat EG-land	20	0
Inköp av tjänster från annat EG-land	21	0
Inköp av tjänster från land utanför EG	22	0
Inköp av varor i Sverige	23	0
Inköp av tjänster i Sverige	24	0
E. Försäljning m.m. som är undantagen från moms		
Försäljning av varor till annat EG-land	35	0
Försäljning av varor utanför EG	36	0
Mellanmans inköp av varor vid trepartshandel	37	0
Mellanmans försäljning av varor vid trepartshandel	38	0
Försäljning av tjänster när köparen är skattskyldig i annat EG-lan	39	0
Övrig försäljning av tjänster omsatta utom landet	40	0
Försäljning när köparen är skattskyldig i Sverige	41	0
Övrig försäljning m.m.	42	275

B. Utgående moms på försäljning eller uttag i ruta 05 - 08		
Utgående moms 25,00 %	10	269 300
Utgående moms 12,00 %	11	0
Utgående moms 6,00 %	12	0
D. Utgående moms på inköp i ruta 20 - 24		
Utgående moms 25,00 %	30	0
Utgående moms 12,00 %	31	0
Utgående moms 6,00 %	32	0
F. Ingående moms		
Avdragsgill ingående moms	48	-18 328
G. Moms att betala eller få tillbaka		
Moms att betala	49	**250 972**

Kontroll av förhållandet utgående moms och omsättning:	
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 10	1 077 200
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 11	0
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 12	0
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 30	0
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 31	0
Omsättning beräknad på utg moms enligt rad 32	0
Summa beräknad omsättning	1 077 200
Bokförd omsättning enligt rad 05-08 och 20-24	1 077 200
Differens	0

Som för att krångla till det hela lite är olika varor och tjänster belagda med olika mycket moms. Bank- och försäkringstjänster, vård och en del lokalhyror har ingen moms alls. Mat är belagt med 12% moms, emedan det till de flesta övriga kostnader tillkommer 25% som statens ska ha i form av moms.
På de flesta kvitton av idag står det hur mycket moms som lagts på ursprungspriset och då är det inget problem.



Systembolaget
Folkungagatan 56
S-116 22 STOCKHOLM
08/640 20 90
OrgNr: 556059-9473
Förs : 0165anhj But: 0165 Nr: 8154
Datum : 2012-01-20 14:40 Ka: 1

High Commissioner 40% 700 ml	
20444-01	203,00
Lazy Lizard Merlot Cab papp 1 L	
2256-01	63,00
Rosie Rosé papp 1l	
6661-01	59,00
TOTAL	325,00

Totalt antal artiklar: 3

Moms%	Moms	Netto	Brutto
25,00	65,00	260,00	325,00
Summa	65,00	260,00	325,00

Mottaget	Kontant	500,00
Åter	Kontant	175,00

Två veckors öppet köp mot
uppvisande av kvitto.

Men i de fall det bara står en totalsumma inklusive moms är det lite ”knepigare”. Men tricket är enkelt:

Betald moms (25%)= totalsumman x 0,2, vilket beträffande mina inköp på bolaget:

Betald moms (25%)= 325 [0,2 = 65 kr.

Nettosumman är då, så klart= totalsumman [0,8= 325 [0,8= 260 kr.

Ett annat vanligt fall av procentberäkning, som den som sysslar med bokföring kan åka på är att de ska beräkna ränta på en sent betald faktura. Problemet ligger i att om det, som i exemplet nedan, står att dröjsmålsräntan är 10% betyder det inte att kunden måste betala 10% extra bara för att den är några dagar sen, utan det betyder oftast att om kunden slirar på räkningen i ett år så kostar det 10%. Om denne ”bara” betalar en månad för sent, skall han eller hon betala en tolftedel av 10%. Det blir så klart oftast inte så mycket pengar, så det har man ”löst” genom att lägga en extra fast avgift på påminnelsefakturan (så kallad påminnelseavgift).

Leveransadress	Fakturaadress
Customer 1	Kundans AB
Customerway	Kundvägen 1
Customerhouse	Kundvagnshuset
FL8929999 Florida	999999 Halmstad
USA	Sweden

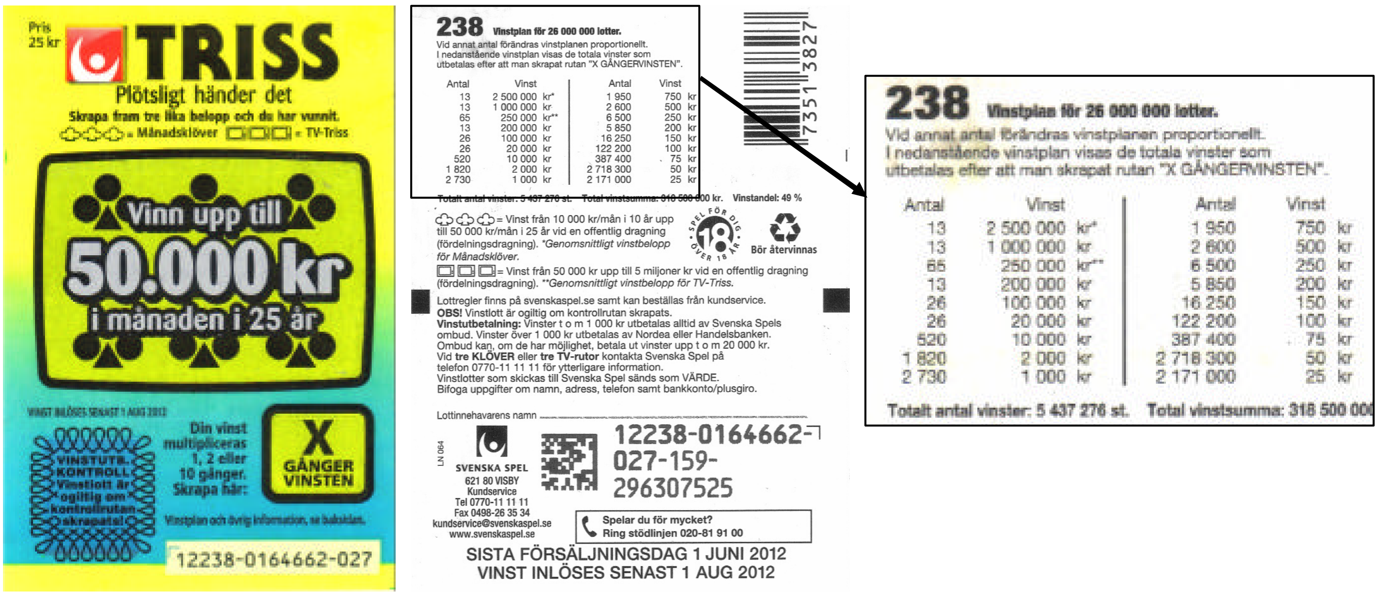
Vår kontakt:	Tester Testsson	Ert kundnummer:	A200
Leveransvillkor:	Fritt vårt lager	Er kontakt:	Kalle Kula
Leveranssätt:	Med svenska posten	Ert ordernummer:	
Betalningsvillkor:	30 dagar netto	Ert VAT-nummer:	SE111111111101
Dröjsmålsränta:	10%	Förfallodatum:	2006-11-30

Produkt nr	Beskrivning	Enhetspris	Antal	Summa
	Dröjsmålsränta	52,05	1	52,05

Den mest komplicerade matematik vi, enligt min erfarenhet, ibland möter är den som används för sannolikhetsberäkningar och statistiska beräkningar. Det finns en väldig massa beräkningsmetoder för sådant, som ingen annan än de som valt att hålla på med detta kommer i kontakt med. Fast i någon mån gör vi väl alla en sannolikhetsberäkning då och då. Exempelvis har alla kanske dragit lott om vem som ska gå ut med soporna och då insett att risken att åka på det själv minskar ju fler som är med och drar lott. Samma enkla matematik gäller även för lotterier (förutsatt att dom inte är riggade).

$$\text{Chansen att vinna} = \frac{\text{antalet vinster}}{\text{antalet lotter}}$$

Ren division alltså! Fast resultatet kan vara svårt att förstå om det finns många lotter.



En vinstplanen på baksidan av trisslotterna finns det 5.437.276 vinster och 26.000.000 lotter. Vilket betyder att:

$$\text{Chans att vinna} = \frac{5.437.276}{26.000.000} = 0{,}21\text{, vilket är ungefär } 1/5.$$

Chansen att vinna på en trisslott är således ganska hög för den som köper en lott. Fast dessvärre är 4.839.300 av vinsterna på 50 kr eller mindre.

Mer avancerade statistiska beräkningar kommer den in på som exempelvis frågar några klasspolare om vilket hockeylag de håller på och därefter försöker dra slutsatser om vilket hockeylag som är populärast. Om han eller hon frågar hela klassen och alla svara behöver frågeställaren inte göra några statistiska beräkningar alls, ifall frågan var ”vilket hockeylag är populärast i klassen”. Men om bara, säg, halva klassen svarar tvingas denne göra en gissning om vilka lag resten kan tänkas hålla på.

Låt säga att det är 20 elever i klassen och 10 har svarat. Av dessa håller tre på AIK, fyra på Djurgården, två på HV71 och en skiter i ishockey. En enkel gissning är då att Djurgården är populärast och det är sant ibland de 10 tillfrågade. Fast det kanske berodde på att alla Djurgårdare råkade vara där just när frågan ställdes, resten av klassen är kanske är AIK:are eller varför inte Timråfans. Ifall frågeställaren inte kan fråga de närvarande om de frånvarande eller vänta tills de kommer tillbaka, kan han eller hon använda statistiska beräkningsmetoder, men då blir det plötsligt ganska knepigt.

Kockar behöver också kunna räkna. Först och främst måste de hålla räkningen på hur många mått av något som de hällt ner i kastrullen, vilket är lätt för den som kan addera. Därtill måste de kunna omvandla mängderna i recepten för att passa emot antalet matgäster. Det senare kräver multiplikation eller division, beroende på antalet gäster. Det är inte heller så svårt så länge det bara handlar om, exempelvis, tre kryddmått kardemumma istället för ett.

Lammbollar med koriander för 4 personer

400 gram köttfärs helst lammfärs
½-1 tesked salt
1 tesked spiskummin (gärna nystött)
1 tesked koriander (gärna nystött)
½ deciliter hackad persilja
3 matskedar naturell yoghurt
Till såsen
3 matskedar olja
1 kanelstång
1 kryddmått kardemumma
1 stor gul lök
1 tesked ingefära (eller hellre en bit färsk dito)
1 tesked koriander (gärna nystött)
1 kryddmått kajennpeppar
1 tesked spiskummin (gärna nystött)
3 matskedar tomatpuré
4-6 vitlöksklyftor
3 matskedar naturell yoghurt
2 deciliter vatten
½ tesked salt

Ris efter behag och mängd efter matgästernas aptit.

Fast kockar tvingas även brottas med mer avancerad matematik som innefattar ganska komplicerade uppskattningar som.

400 gram köttfärs helst lammfärs	
½-1 tesked salt	*Hur många teskedar går det på en deciliter?*
1 tesked spiskummin	
1 tesked koriander	
½ deciliter hackad persilja	
3 matskedar naturell yoghurt	
Till såsen	
3 matskedar olja	*Hur många gram fast margarin motsvarar 3 matskedar olja?*
1 kanelstång	*Hur många teskedar malen kanel motsvarar en kanelstång?*
1 kryddmått kardemumma	
1 stor gul lök	*Hur många små gula lökar går det på en stor?*
1 tesked ingefära	
1 tesked koriander	
1 kryddmått kajennpeppar	
1 tesked spiskummin	
3 matskedar tomatpuré	
4-6 vitlöksklyftor	
3 matskedar naturell yoghurt	*Hur många vanliga matlagningsskedar går det på fyra matskedar?*
2 deciliter vatten	
½ tesked salt	
Ris efter behag och mängd efter matgästernas aptit.	*Hur många deciliter ris äter Pelle, Erik, Ulla och Nisse? Och vilken volym okokt ris motsvarar det?*